THEME 2 : Lois et modèles

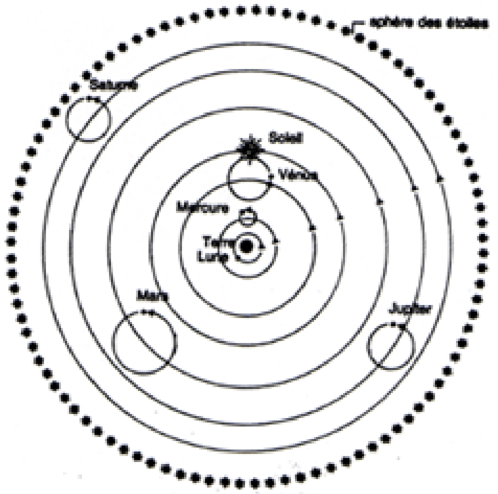
C10 Mouvements des satellites et des planètes

II. Satellite en orbite circulaire

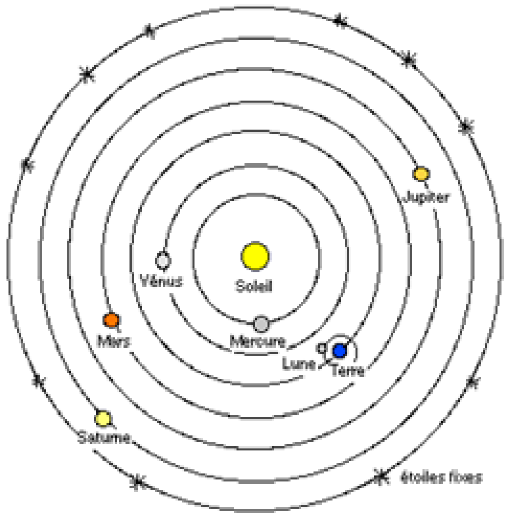
II. Satellite en orbite circulaire

Choix du référentiel

Un satellite est un objet qui tourne autour d'un autre objet attracteur plus massif. Commenter les représentations du système solaire dessinées par Claude Ptolémée (II^e siècle après JC) et par Nicolas Copernic (1473-1553) :



Ptolémée



Copernic

Référentiel géocentrique

adapté pour décrire les mouvements

- de la Lune (satellite naturel de la Terre)
- du Soleil
- des satellites terrestres artificiels

Référentiel héliocentrique

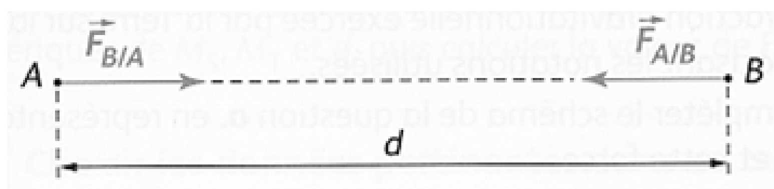
adapté pour décrire les mouvements des planètes

Interaction gravitationnelle

En 1687, Newton énonce la loi de l'attraction gravitationnelle entre deux corps A et B de masses respectives m_A et m_B, séparés d'une distance d (entre les centres de gravité des deux corps) : ils exercent mutuellement l'un sur l'autre des forces gravitationnelles $\overrightarrow{F_{A/B}}$ et $\overrightarrow{F_{B/A}}$ dont les caractéristiques sont les suivantes :

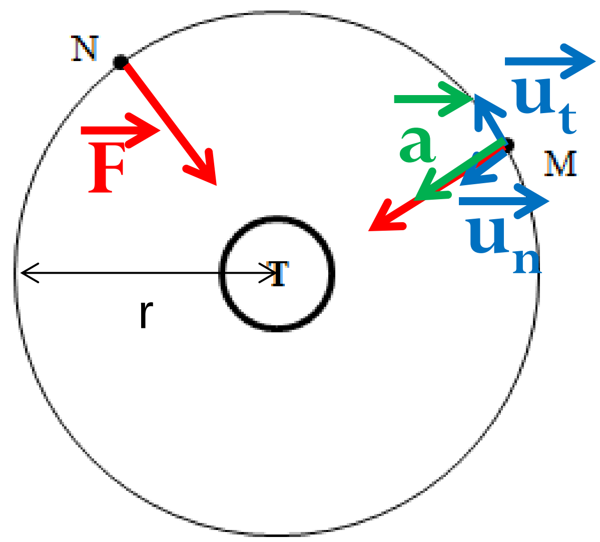
- *Direction : la droite AB*
- *Sens : vers le centre attracteur : A pour $\overrightarrow{F_{A/B}}$ et B pour $\overrightarrow{F_{B/A}}$*
- *Valeur :* $$\boxed{F_{A/B} = F_{B/A} = G\,\frac{m_A\,m_B}{d^2}}$$

G = 6,67.10 $^{-11}$ N.m^2.kg^{-2} est la ***constante de gravitation***



1. Représenter la force d'interaction gravitationnelle aux points M et N de l'orbite d'un satellite terrestre. Que dire de cette force ?

Elle est centripète et
a une intensité constante car
d = r = C^{ste}



2. Représenter le repère de Frenet au point M. En déduire l'expression vectorielle de la force gravitationnelle dans ce repère puis celle de l'accélération.

La force est colinéaire à $\overrightarrow{\mathbf{u_n}}$ donc perpendiculaire à $\overrightarrow{\mathbf{u_t}}$ donc

$$\vec{F} = F\,\overrightarrow{u_n} = G\,\frac{m_S.M_{Terre}}{r^2}\,\overrightarrow{u_n}$$

D'après la seconde loi de Newton, $\vec{F} = m_S\,\vec{a}$
l'accélération est colinéaire et de même sens que la force donc

$$\vec{a} = \mathbf{a_n}\,\overrightarrow{\mathbf{u_n}} + \mathbf{a_t}\,\overrightarrow{\mathbf{u_t}} = \frac{\mathbf{v^2}}{\mathbf{r}}\,\overrightarrow{\mathbf{u_n}}$$

3. En déduire une relation entre la vitesse v et le rayon de l'orbite r. Que dire alors du mouvement d'un satellite en orbite circulaire ? Faire une analyse dimensionnelle de la vitesse.

$$\vec{F} = G\,\frac{m_S.M_{Terre}}{r^2}\,\overrightarrow{u_n} \qquad \vec{a} = \frac{\mathbf{v}^2}{\mathbf{r}}\,\overrightarrow{\mathbf{u_n}} \qquad \vec{F} = m_S\,\vec{a}$$

$$G\,\frac{m_S.M_{Terre}}{r^2}\,\overrightarrow{u_n} = m_S\,\frac{v^2}{r}\,\overrightarrow{u_n}$$

$$v^2 = \frac{G.M_{Terre}}{r}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{G.M_{Terre}}{r}}}$$

Comme l'orbite est circulaire,
r = C^{ste} donc
v = C^{ste} => le mouvement d'un satellite en orbite circulaire est uniforme.

Analyse dimensionnelle de v = prouver que l'expression trouvée est homogène à une vitesse c.a.d. s'exprime en $m.s^{-1}$.

$\sqrt{\frac{G.M_{Terre}}{r}}$ s'exprime en $\sqrt{\frac{(N.kg^{-2}.m^2).kg}{m}} \equiv \sqrt{N.kg^{-1}.m}$

Or P = m g avec g en $m.s^{-2}$ donc N ≡ $kg.m.s^{-2}$

Alors $\sqrt{N.kg^{-1}.m} \equiv \sqrt{kg.m.s^{-2}.kg^{-1}.m} \equiv \sqrt{m^2.s^{-2}} \equiv m.s^{-1}$

4. Déterminer l'expression de la période de révolution T du satellite en fonction de la vitesse v puis en fonction du rayon r.

La période de révolution T est la durée d'un tour. La distance parcourue par le satellite est égale au périmètre de l'orbite donc

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Or $$v = \sqrt{\frac{G.M_{Terre}}{r}}$$

donc

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{G.M_{Terre}}{r}}} \quad \text{soit} \quad T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{\frac{G.M_{Terre}}{r}} = \frac{4\pi^2 r^3}{G.M_{Terre}}$$

$$\boxed{T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G.M_{Terre}}}}$$

5. Le satellite terrestre Météosat a une période de révolution de $8,6.10^4$s contre $5,8.10^3$s pour le satellite terrestre Hubble. Comparer leurs orbites et leurs vitesses.

$$v = \sqrt{\frac{G.M_{Terre}}{r}}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G.M_{Terre}}}$$

Plus le satellite est éloigné de la Terre, plus r est grand donc plus sa vitesse est faible et plus sa période de révolution est grande. Le satellite Météosat est donc plus éloigné et tourne moins vite que le satellite Hubble.

6. On propose trois trajectoires hypothétiques de satellite en mouvement circulaire uniforme autour de la Terre

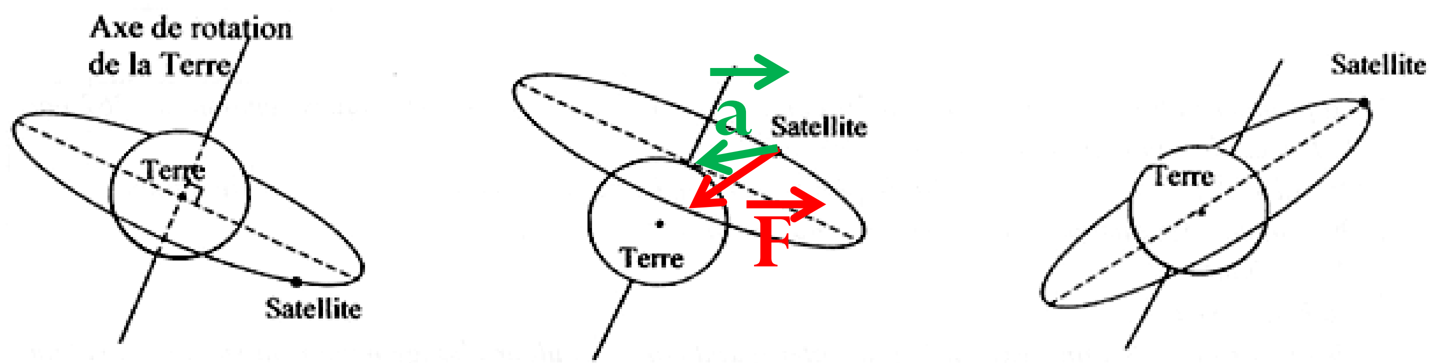


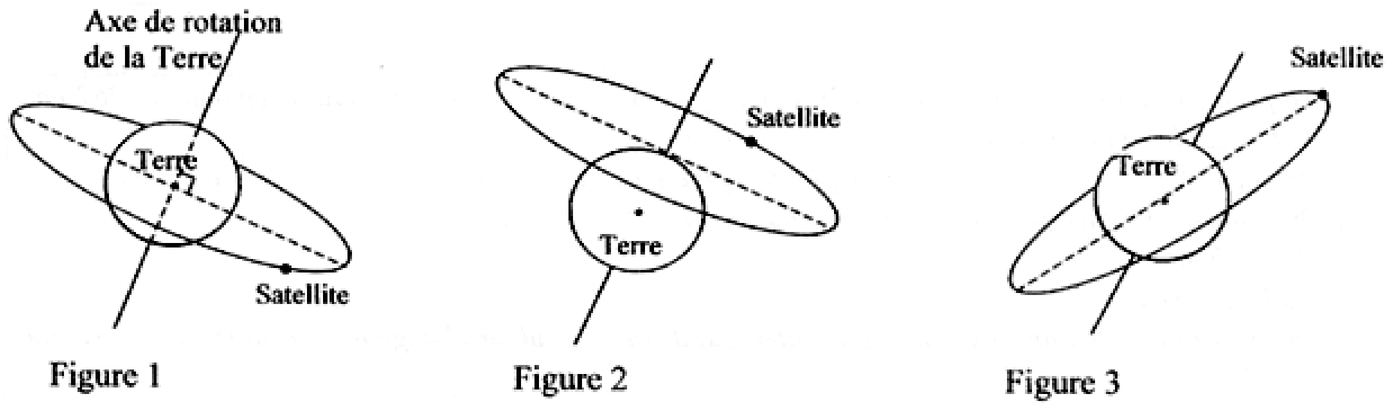
Figure 1 Figure 2 Figure 3

a. Montrer que seule l'une de ces trajectoires est incompatible avec les lois de la mécanique.

D'après la seconde loi de Newton, $\vec{F} = m_S\,\vec{a}$

le vecteur force est colinéaire au vecteur accélération =>

la seconde proposition est impossible.



b. Quelle est la seule trajectoire qui peut correspondre au satellite géostationnaire ?

Un satellite géostationnaire est un satellite qui demeure immobile par rapport au référentiel terrestre, toujours à l'aplomb du même lieu. Comme la Terre tourne autour de son axe, il faut que le satellite tourne également dans un plan perpendiculaire à cet axe, le plan équatorial => la première proposition correspond.

c. Quelle est la relation entre la période T_{Terre} de rotation de la Terre et la période T_S de révolution du satellite autour de la Terre pour que celui-ci soit géostationnaire ?

Pour rester immobile dans le ciel, le satellite doit tourner dans le même sens que la Terre et faire un tour dans la même durée donc

$T_S = T_{Terre} =$ 23h56min4s = 86164 s

d. L'un des deux satellites ci-contre est géostationnaire. Lequel ?

Satellite	Altitude h (km)
Station orbitale ISS	400
Anik1	$35,8.10^3$

Relation entre le rayon de l'orbite et l'altitude ?

$$r = h + R_T$$

Calculs de la période de révolution pour les 2 satellites :

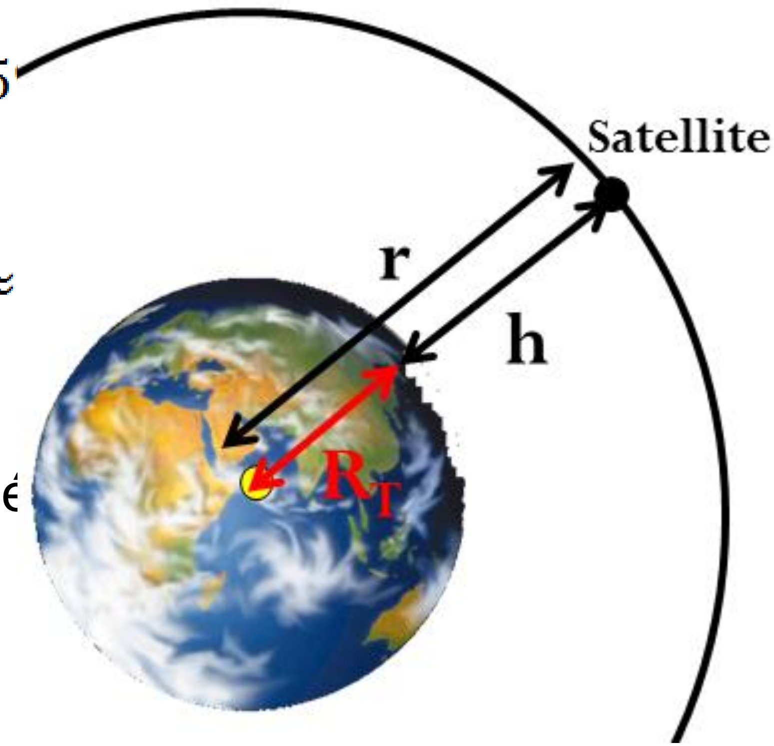
$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G.M_{Terre}}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 (h + R_T)^3}{G.M_{Terre}}}$$

$$M_{Terre} = 5{,}97.10^{24}\ \text{kg}$$

$$R_{Terre} = 6380\ \text{km}$$

$$T_{ISS} = \sqrt{\frac{4\pi^2((400 + 6380).10^3)^3}{6{,}67.10^{-11} x\, 5{,}97.10^{24}}} \approx 555$$

$$T_{Anik1} = \sqrt{\frac{4\pi^2((35800 + 6380).10^3)^3}{6{,}67.10^{-11} x\, 5{,}97.10^{24}}} \approx$$

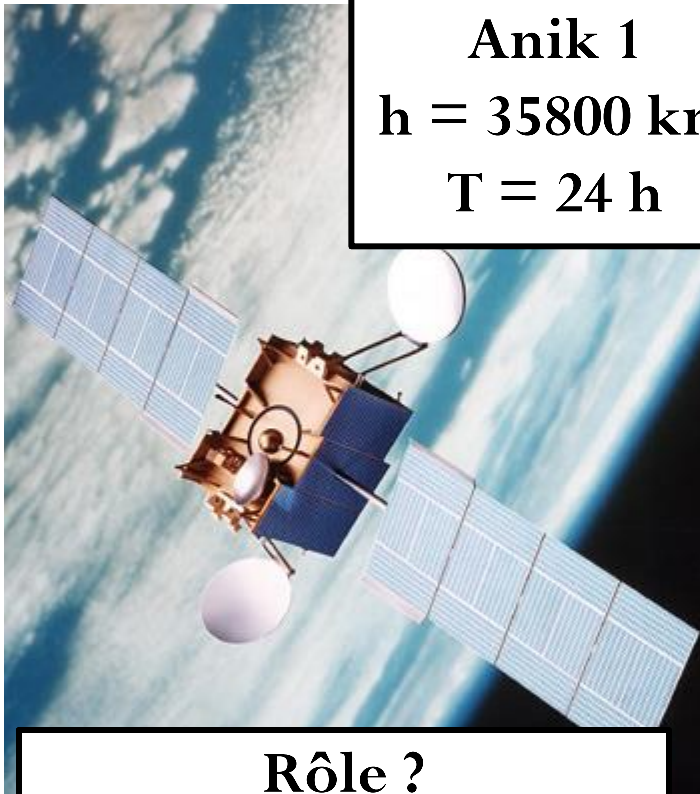


Anik1 est géostationnaire car

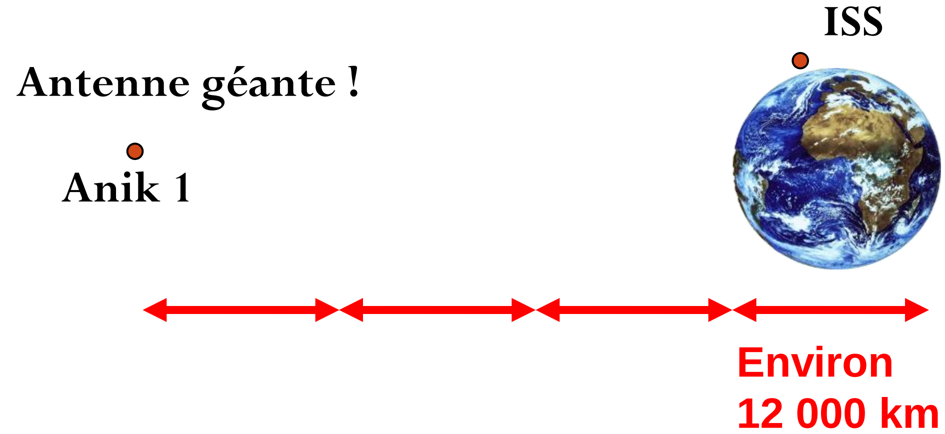
$T_{Anik1} = T_{terre}$ => un satellite géostationnaire é

36000 km.

Anik 1
h = 35800 km
T = 24 h



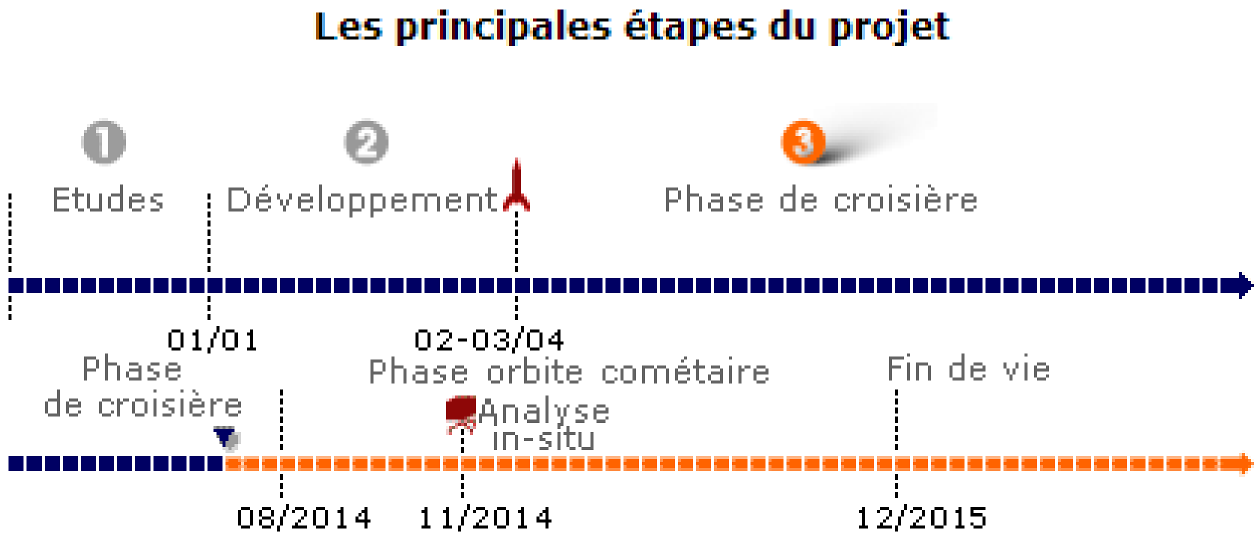
Rôle ?
Télécommunications



Rôle ?
Observations

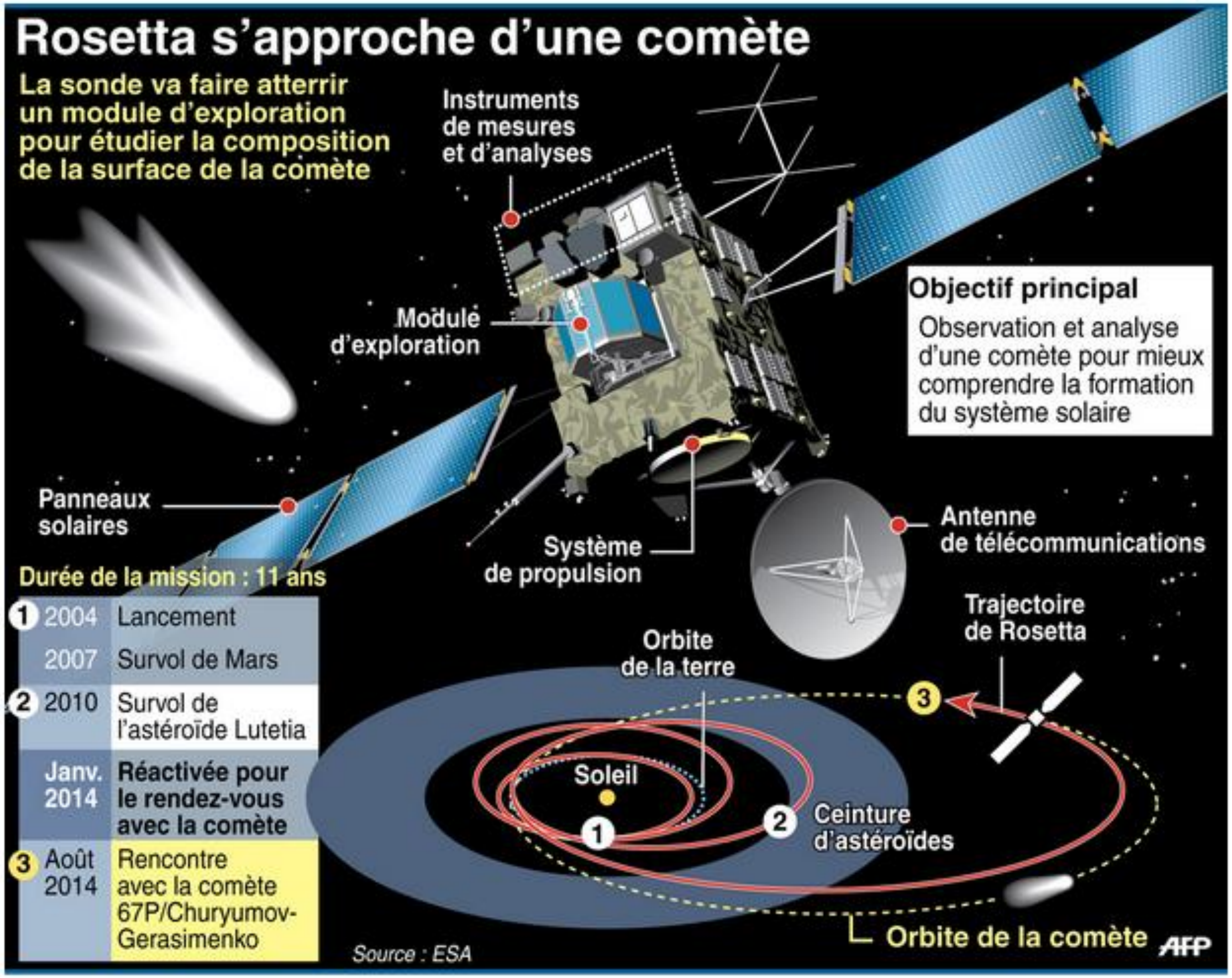
Station orbitale ISS
h = 400 km
T = 1,5 h

Exploration d'une comète par la sonde Rosetta



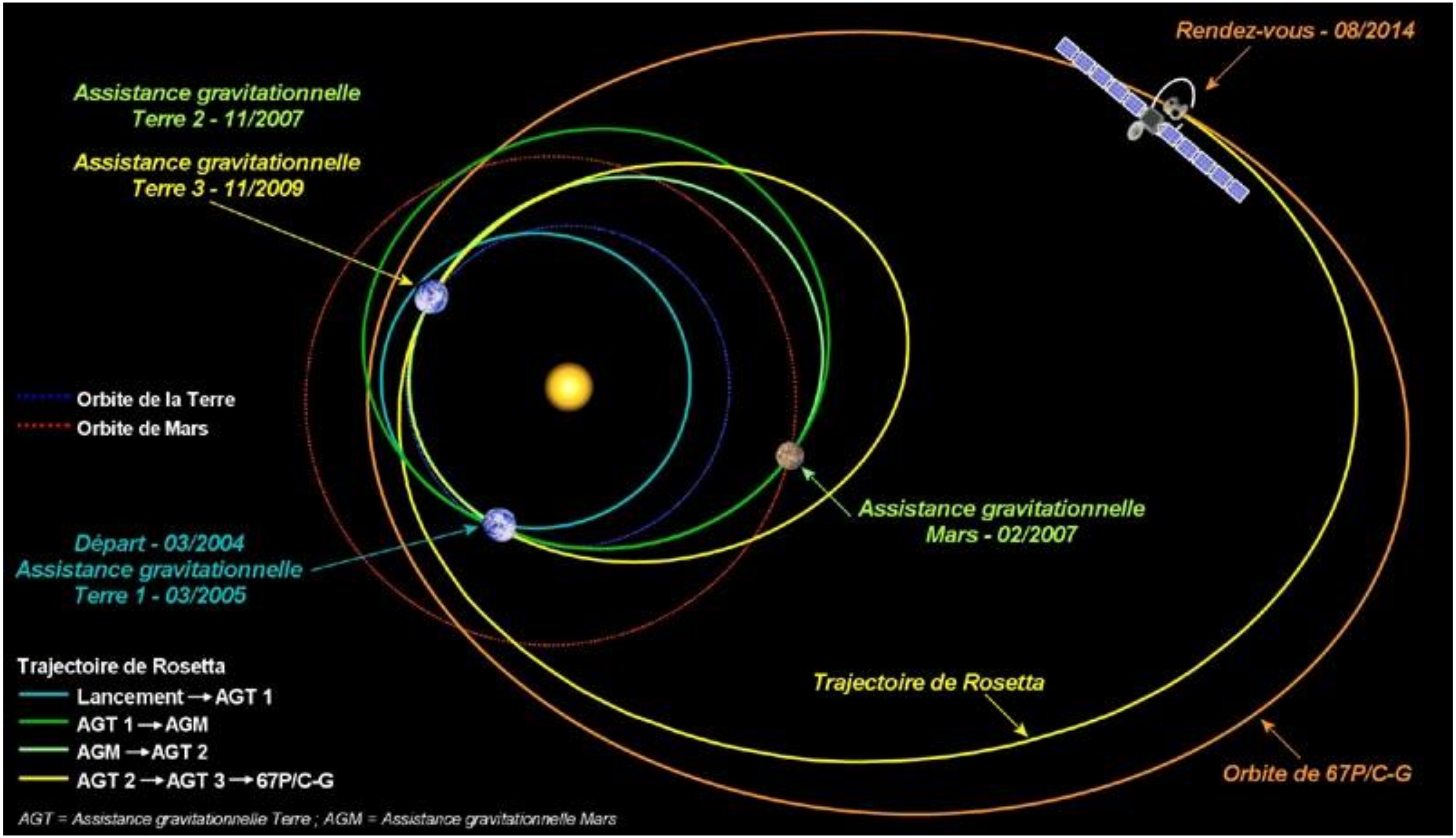
Exploration d'une comète par la sonde Rosetta

Les principales étapes du projet



Exploration d'une comète par la sonde Rosetta

Les principales étapes du projet



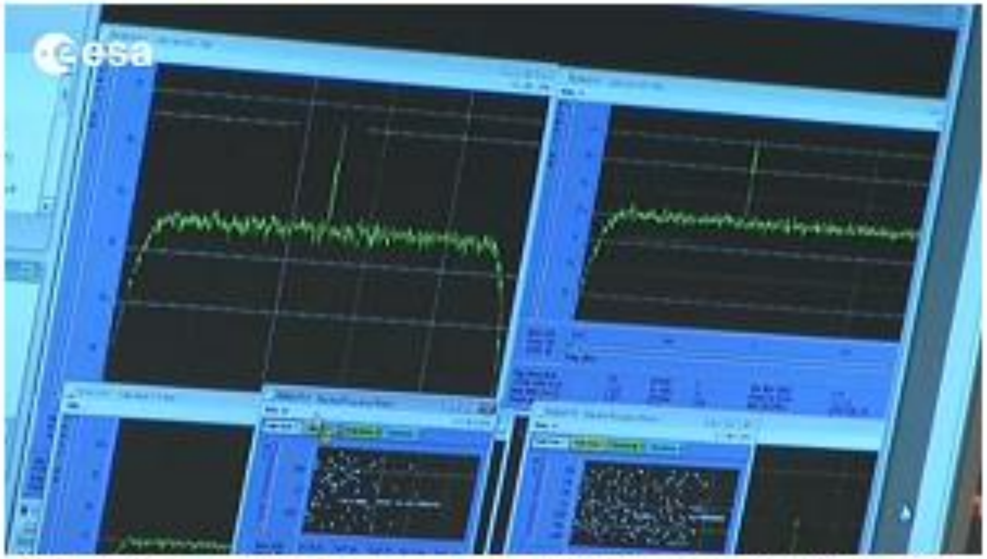
Exploration d'une comète par la sonde Rosetta

Les principales étapes du projet

20/01/2014

Le réveil réussi de Rosetta après une hibernation de 31 mois

Le réveil de la sonde Rosetta c'est bien déroulé comme prévu le 20 janvier 2014 à 10h00 Temps Universel (soit 11h00, heure de Paris). La confirmation est arrivée à 19h18 en temps local.



Signal envoyé par Rosetta suite à son réveil © ESA

Pour plus d'informations sur le sujet, voir le site web du CNES ou le site web de l'ESA.