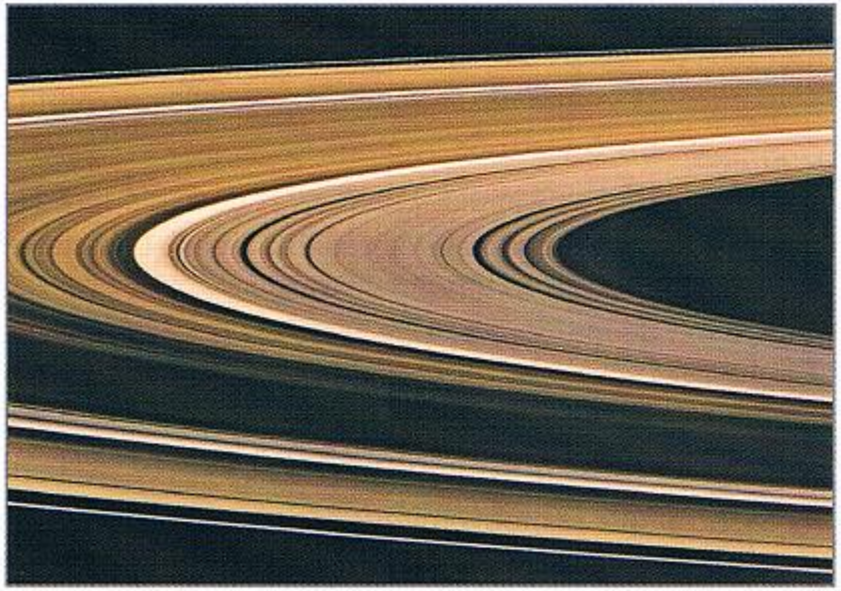
THEME 2 : Lois et modèles

C10 Mouvements des satellites et des planètes

Exercices
N°10, 12, 19 P.215

10 Exploiter des informations

Saturne possède un système d'anneaux composés en grande partie de particules de glace et de poussière.
En négligeant l'action des particules les unes sur les autres devant l'action de l'astre sur chacune d'elles, chaque particule a, dans l'approximation des trajectoires circulaires, une vitesse de valeur $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$.

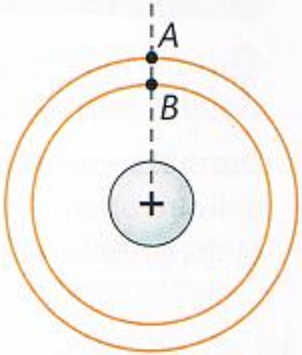


a. Que désigne chacun des termes de cette relation ?

b. Pour être plus rapide, une particule doit-elle être plus proche ou plus éloignée du centre de Saturne ? plus lourde ou plus légère ?

c. Établir l'expression de la période T de révolution d'une particule en fonction de r.

d. Deux particules A et B, de deux anneaux différents, alignées avec le centre de Saturne à une date donnée, peuvent-elles rester alignées ? Autrement dit, les anneaux peuvent-ils être d'un seul tenant ? Justifier en utilisant l'expression de T.



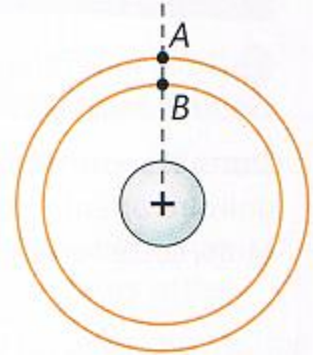
10 Exploiter des informations

a. Que désigne chacun des termes de cette relation ?

b. Pour être plus rapide, une particule doit-elle être plus
che ou plus éloignée du centre de Saturne ? plus lourde
plus légère ?

Établir l'expression de la période T de révolution d'une
ticule en fonction de r.

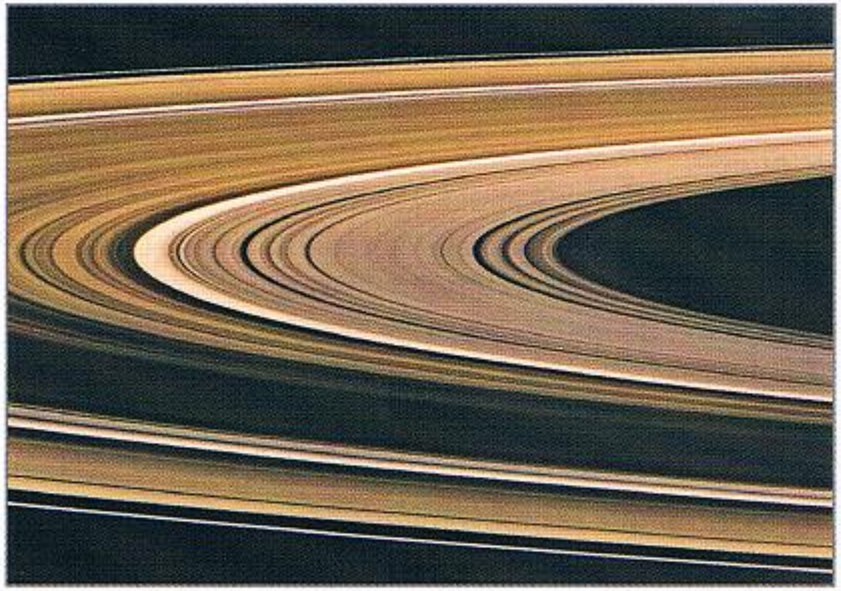
Deux particules A et B, de deux
neaux différents, alignées avec le
tre de Saturne à une date donnée,
uvent-elles rester alignées ?
trement dit, les anneaux peuvent-
être d'un seul tenant ? Justifier en
isant l'expression de T.



10 Exploiter des informations

Saturne possède un système d'anneaux composés en grande partie de particules de glace et de poussière.

En négligeant l'action des particules les unes sur les autres devant l'action de l'astre sur chacune d'elles, chaque particule a, dans l'approximation des trajectoires circulaires, une vitesse de valeur $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$.

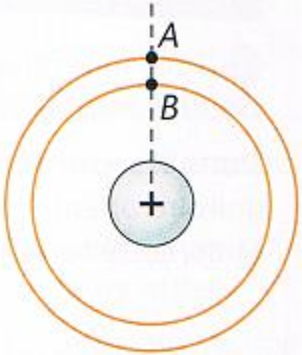


a. Que désigne chacun des termes de cette relation ?

b. Pour être plus rapide, une particule doit-elle être plus proche ou plus éloignée du centre de Saturne ? plus lourde ou plus légère ?

c. Établir l'expression de la période T de révolution d'une particule en fonction de r.

d. Deux particules A et B, de deux anneaux différents, alignées avec le centre de Saturne à une date donnée, peuvent-elles rester alignées ? Autrement dit, les anneaux peuvent-ils être d'un seul tenant ? Justifier en utilisant l'expression de T.

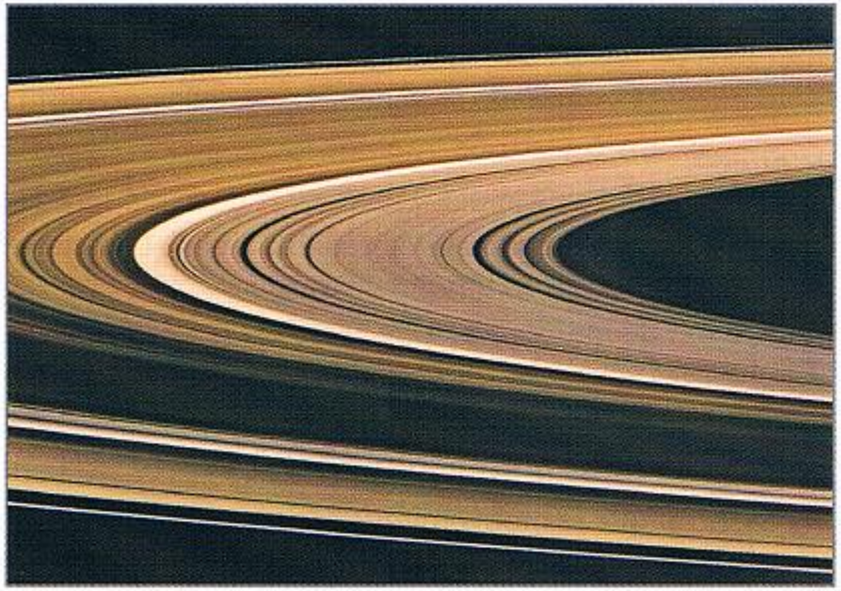


a. G ?
G : constante de gravitation universelle
$G = 6{,}67.10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2} M ?
M : masse de Saturne (en kg)
$M = 5{,}68.10^{26}$ kg r ?
r : rayon de l'orbite (en m)

b. Lorsque r augmente alors v diminue, pour être plus rapide une particule doit se rapprocher de Saturne.
Lorsque la masse de la particule change, la vitesse ne change pas, ce qui explique la stabilité des anneaux. Des morceaux de différentes tailles vont à la même vitesse.

10 Exploiter des informations

Saturne possède un système d'anneaux composés en grande partie de particules de glace et de poussière.
En négligeant l'action des particules les unes sur les autres devant l'action de l'astre sur chacune d'elles, chaque particule a, dans l'approximation des trajectoires circulaires, une vitesse de valeur $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$.

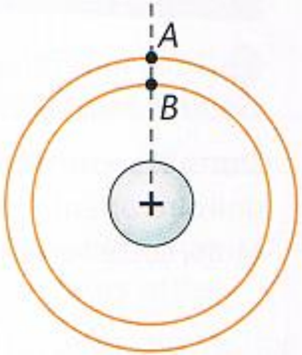


a. Que désigne chacun des termes de cette relation ?

b. Pour être plus rapide, une particule doit-elle être plus proche ou plus éloignée du centre de Saturne ? plus lourde ou plus légère ?

c. Établir l'expression de la période T de révolution d'une particule en fonction de r.

d. Deux particules A et B, de deux anneaux différents, alignées avec le centre de Saturne à une date donnée, peuvent-elles rester alignées ? Autrement dit, les anneaux peuvent-ils être d'un seul tenant ? Justifier en utilisant l'expression de T.



c. T : période de révolution du satellite = durée pour faire un tour (en s)

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{G.M_{Saturne}}{r}}} \quad \text{soit } T^2 =$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{\frac{G.M_{Saturne}}{r}} = \frac{4\pi^2 r^3}{G.M_{Saturne}}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G.M_{Saturne}}}$$

d. Lorsque r augmente alors
T augmente, deux particules situées dans deux anneaux différents
ne peuvent pas rester alignées.
La particule A tournera plus lentement que la particule B plus proche de Saturne.

12 Effectuer un calcul

Le module de commande utilisé par les astronautes lors d'une mission du programme Apollo a été placé en orbite circulaire autour de la Lune à une distance de 2 040 km du centre de celle-ci. Sa période de révolution était de 8 240 s dans le référentiel sélénocentrique (lié au centre de la Lune) supposé galiléen. Pour un satellite en orbite circulaire autour d'un astre de masse M, la troisième loi de Kepler peut s'écrire : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$.

a. Que représentent les symboles T, r et M dans le cas d'Apollo ?

b. À partir des caractéristiques de la trajectoire d'Apollo, déterminer la valeur de la masse de la Lune.

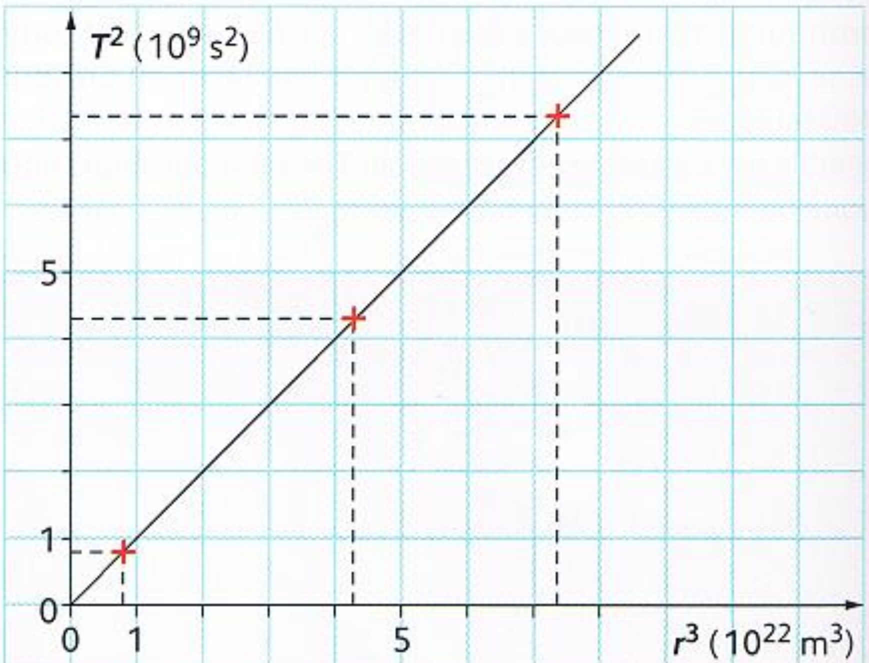
12. a. Dans la relation $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$, T représente la période de révolution d'Apollo, r est le rayon de son orbite autour de la Lune et M la masse de la Lune.

b. $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2(2040\times10^3)^3}{6,67\times10^{-11}\times(8240)^2} = 7,40\times10^{22}$ kg.

19 Comparaison de satellites terrestres

Compétence générale *Exploiter des informations*

Les satellites artificiels interviennent dans de nombreux domaines : télécommunications, météorologie, navigation, recherche en astronomie… Les valeurs de la période T et du rayon r des trajectoires de trois satellites en orbite circulaire autour de la Terre, de masse M_T, ont permis de tracer la représentation graphique ci-dessous donnant T^2 en fonction de r^3.



a. Montrer que ce graphe permet de vérifier la troisième loi de Kepler.

b. On place un quatrième satellite S en orbite circulaire autour de la Terre à une altitude de 24×10^3 km. En utilisant le graphique donné, déterminer la valeur de la période T_S de révolution de S autour de la Terre.

a. La courbe $T^2 = f(r^3)$ est une droite passant par l'origine.
Ainsi T^2 est proportionnel à r^3 :

$$T^2 = k \times r^3$$

La 3^e loi de Kepler est vérifiée pour les satellites de la Terre .

b. h = 24.10^3 km => r_S =
h + R_T = 24.10^3 + 6380 = 30380 km ≈ 3,04.10^7 m
$r_S{}^3$ ≈ 2,81.10^{22} m^3
D'après le graphique, T^2 ≈ 2,8.10^9 s^2
T ≈ 5,29.10^4 s ≈
T ≈ 14h41mn40s